LISTA DE EXERCÍCIOS
GRUPO PET - IFCE CAMPUS SOBRAL

TÓPICO 1: Rotações

Problema 1 (Problema 57, pág. 280, capítulo 10, Fundamentos de Física vol.1 - Resnick, 9.Ed.)
Uma polia, com um momento de inércia de $1,0 \times 10^{-3}\ \ kg \cdot m^2$ em relação ao eixo e um raio de $10\,cm$, é submetida a uma força aplicada tangencialmente à borda. O módulo da força varia no tempo de acordo com a equação $F = 0,50\,t + 0,30\,t^2$, com F em newtons e t em segundos. A polia está inicialmente em repouso. Qual é (a) a aceleração angular e (b) a velocidade angular da polia no instante $t = 3,0\,s$?

Resolução P1: Utilizando os dados informados no enunciado vamos responder à questão, sabendo que o raio $r = 10\,cm = 0,10\,m$.

(a) Como a força é tangencial à borda da polia, tem-se um ângulo reto entre a força F e o raio. Desse modo, para encontrarmos o módulo da aceleração angular ω, primeiro encontramos o valor do torque pela seguinte equação:

$$\tau = r \cdot F \cdot \operatorname{sen}\theta = 0,10\ \cdot (0,50\,t + 0,30\,t^2) \cdot \cancelto{1}{\operatorname{sen} 90^\circ} = 0,05\,t + 0,03\,t^2$$

$$\alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{0,05\,t + 0,03\,t^2}{1,0 \cdot 10^{-3}} = (0,05\,t + 0,03\,t^2) \cdot 10^3$$

$$\alpha = 50\,t + 30\,t^2$$

Substituindo o valor de $t = 3,0s$:

$$\alpha = 50 \cdot 3 + 30 \cdot 5^2 = 150 + 270 = 420\ rad/s^2$$

$$\boxed{\alpha = 4,2 \cdot 10^2\ rad/s^2}$$

(b) Sabendo que a equação da aceleração angular $\alpha = \dfrac{d\omega}{dt}$, pode ser escrita como $d\omega = \alpha \cdot dt$. Para encontrarmos a velocidade angular, devemos integrar ambos os lados da equação e substituir os dados, de modo que:

$$\int_0^{\omega} d\omega = \int_0^3 \alpha \cdot dt$$

$$\omega = \int_0^3 (50\,t + 30\,t^2)\,dt = 50 \cdot \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} = (25\,t^2 + 10\,t^3)\Big|_0^3 = 25 \cdot 3^2 + 10 \cdot 3^3 = 495\ rad/s$$

$$\omega = 4,95 \cdot 10^2\ rad/s$$

$$\boxed{\omega \approx 5 \cdot 10^2 \ rad/s}$$

Problema 2 (Problema 37, pág. 278, capítulo 10, Fundamentos de Física vol.1 - Resnick, 9.Ed.)
Calcule o momento de inércia de uma régua de um metro, com uma massa de $0,56\,kg$, em relação a um eixo perpendicular à régua na marca de $20\,cm$. (Trate a régua como uma barra fina.)

Resolução P2: Utilizaremos o teorema dos eixos paralelos:

$$I = I_{CM} + M \cdot h^2$$

Onde I_{CM} é o momento de inércia sobre o centro de massa, M é a massa, e h é a distância entre o centro de massa e o eixo de rotação. O centro de massa está no centro da régua, que é metade de um metro ($0,50\,m$), o que implica que:

$$h = 0,50\,m - 0,20\,m = 0,30\,m$$

Encontrando o momento de inércia e relação ao centro de massa:

$$I_{CM} = \frac{1}{12} \cdot M \cdot L^2 = \frac{1}{12} \cdot (0,56\,kg) \cdot (1,0\,m)^2$$

$$I_{CM} = 4,67 \cdot 10^{-2}\,kg \cdot m^2$$

Consequentemente, o teorema dos eixos paralelos nos dá:

$$I = 4,67 \cdot 10^{-2}\,kg \cdot m^2 + (0,56\,kg) \cdot (0,30\,m)^2$$

$$\boxed{I = 9,7 \cdot 10^{-2}\,kg \cdot m^2}$$

Problema 3 (Problema 23, pág. 277, capítulo 10, Fundamentos de Física vol.1 - Resnick, 9.Ed.)
Uma roda com um diâmetro de 1,20 m está girando com uma velocidade angular de 200 rev/min. (a) Qual é a velocidade angular da roda em rad/s? (b) Qual é a velocidade linear de um ponto da borda da roda? (c) Que aceleração angular constante (em revoluções por minuto ao quadrado) aumenta a velocidade angular da roda para 1000 rev/min em 60, 0 s? (d) Quantas revoluções a roda executa nesses 60, 0 s?

Resolução P3: (a) Para realizarmos essa transformação de unidade, estabelecemos as relações que essas medidas têm em comum. Temos que:

$$1 \ rev = 2\pi \ rad$$

$$1 \ min = 60 \ s$$

Usando essas relações para converter a velocidade angular inicial ω_0 de rev/min para rad/s, temos:

$$\omega_0 = 200 \cdot \frac{rev}{min} = 200 \cdot \frac{\cancel{rev}}{\cancel{min}} \cdot \frac{2\pi \ rad}{1 \ \cancel{rev}} \cdot \frac{1 \ \cancel{min}}{60 \ s} = \frac{20\pi}{3} \cdot \frac{rad}{s}$$

Logo, essa velocidade angular é

$$\omega_0 = \frac{20\pi}{3}\ rad/s$$

$$\boxed{\omega_0 \approx 20,9\ rad/s}$$

(b) Sabe-se que a velocidade linear $v\,(m/s)$, em dependência da velocidade angular $\omega_0\,(rad/s)$, é dada por:

$$v = \omega_0 \cdot r$$

Onde r é o raio da circunferência. Logo:

$$v = \frac{20\pi}{3} \cdot 0,6$$

$$\boxed{v = 4\pi\, m/s}$$

(c) Como existe uma proporcionalidade entre as variáveis lineares e angulares, podemos utilizar a equação da velocidade para um Movimento Uniformemente Variado (MUV) aplicada à velocidade angular ω. Assim, temos:

$$\omega = \omega_0 + \alpha \cdot t$$

Onde α é a velocidade angular e t é o tempo necessário para a velocidade inicial ω_0 atingir a velocidade final ω. Com isso, temos:

$$\omega = \omega_0 + \alpha \cdot t$$

$$1000\ rev/m = 200\ rev/min + \alpha \cdot 1\ min$$

$$\alpha = \frac{1000\ rev/min - 200\ rev/min}{1\ min}$$

$$\boxed{\alpha = 800\ rev/min^2}$$

(d) Análogo ao item anterior, podemos utilizar a equação da posição para um movimento angular acelerado e determinar a quantidade de revoluções ($Nrev$). Assim, temos:

$$Nrev = Nrev_0 + \omega \cdot t + \frac{\alpha \cdot t^2}{2}$$

$$Nrev = 0 + 200 \cdot 1 + \frac{800 \cdot 1^2}{2}$$

$$Nrev = 200 + 400$$

$$\boxed{Nrev = 600\, rev}$$

Problema 4 (Problema 47, pág. 279, capítulo 10, Fundamentos de Física vol.1 - Resnick, 9.Ed.)
Uma pequena bola de massa 0,75 kg está presa a uma das extremidades de uma barra de 1,25 m de comprimento e massa desprezível. A outra extremidade da barra está pendurada

em um eixo. Qual é o módulo do torque exercido pela força gravitacional em relação ao eixo quando o pêndulo assim formado faz um ângulo de 30° com a vertical?

Resolução P4: O torque τ devido à força peso é definido como:

$$\tau = r \cdot F \cdot \text{sen}\,\theta,$$

onde:

- $r = L = 1,25\,m$ (distância da esfera ao eixo de rotação),
- $F = P = m \cdot g = 0,75\,kg \cdot 9,8\,m/s^2 = 7,35\,N$ (força peso),
- $\theta = 30°$.

Substituindo os valores na equação:

$$\tau = 1,25\,m \cdot 7,35\,N \cdot \cancel{\text{sen}\,30°}\ 0,5$$

Sabendo que $\text{sen}\,30° = 0,5$, temos:

$$\tau = 1,25\,m \cdot 7,35\,N \cdot 0,5$$

$$\tau = 4,59\,N \cdot m$$

Conclusão: Portanto, o torque exercido pela força gravitacional em relação ao eixo de rotação do pêndulo é:

$$\boxed{\tau \approx 4,6\,N \cdot m}$$

Problema 5 (Problema 42, pág. 279, capítulo 10, Fundamentos de Física vol.1 - Resnick, 9.Ed.)
As massas e coordenadas de quatro partículas são as seguintes: 50 g, x = 2,0 cm, y = 2,0 cm; 25 g, x = O, y = 4,0 cm; 25 g, x = -3,0 cm, y = -3,0 cm; 30 g, x = -2,0 cm, y = 4,0 cm. Qual é o momento de inércia do conjunto em relação ao eixo (a) x, (b) y e (c) z? (d) Suponha que as respostas de (a) e (b) sejam A e B, respectivamente.

Resolução P5: Vamos calcular o momento de inércia do conjunto de partículas em relação aos eixos x, y e z. Os dados fornecidos são:

Massa (m)	x (cm)	y (cm)	z (cm)
50 g	2,0	2,0	0
25 g	0	4,0	0
25 g	-3,0	-3,0	0
30 g	-2,0	4,0	0

Observação: Como todas as partículas estão no plano xy ($z = 0$), o momento de inércia em relação ao eixo z será a soma dos momentos de inércia em relação aos eixos x e y.

(a) Momento de inércia em relação ao eixo x (I_x)

O momento de inércia em relação ao eixo x é dado por:

$$I_x = \sum m_i y_i^2$$

Calculando para cada partícula:

$$\begin{aligned} I_x &= (50\,\mathrm{g}) \cdot (2,0\,\mathrm{cm})^2 + (25\,\mathrm{g}) \cdot (4,0\,\mathrm{cm})^2 + (25\,\mathrm{g}) \cdot (-3,0\,\mathrm{cm})^2 + (30\,\mathrm{g}) \cdot (4,0\,\mathrm{cm})^2 \\ &= 50 \cdot 4 + 25 \cdot 16 + 25 \cdot 9 + 30 \cdot 16 \\ &= 200 + 400 + 225 + 480 \\ &= 1305\,\mathrm{g} \cdot \mathrm{cm}^2 \end{aligned}$$

Resposta (a): $I_x = \boxed{1305\,\mathrm{g} \cdot \mathrm{cm}^2}$

(b) Momento de inércia em relação ao eixo y (I_y)

O momento de inércia em relação ao eixo y é dado por:

$$I_y = \sum m_i x_i^2$$

Calculando para cada partícula:

$$\begin{aligned} I_y &= (50\,\mathrm{g}) \cdot (2,0\,\mathrm{cm})^2 + (25\,\mathrm{g}) \cdot (0\,\mathrm{cm})^2 + (25\,\mathrm{g}) \cdot (-3,0\,\mathrm{cm})^2 + (30\,\mathrm{g}) \cdot (-2,0\,\mathrm{cm})^2 \\ &= 50 \cdot 4 + 25 \cdot 0 + 25 \cdot 9 + 30 \cdot 4 \\ &= 200 + 0 + 225 + 120 \\ &= 545\,\mathrm{g} \cdot \mathrm{cm}^2 \end{aligned}$$

Resposta (b): $I_y = \boxed{545\,\mathrm{g} \cdot \mathrm{cm}^2}$

(c) Momento de inércia em relação ao eixo z (I_z)

O momento de inércia em relação ao eixo z é dado por:

$$I_z = \sum m_i (x_i^2 + y_i^2) = I_x + I_y$$

Substituindo os valores encontrados:

$$I_z = 1305\,\mathrm{g} \cdot \mathrm{cm}^2 + 545\,\mathrm{g} \cdot \mathrm{cm}^2 = 1850\,\mathrm{g} \cdot \mathrm{cm}^2$$

Resposta (c): $I_z = \boxed{1850\,\mathrm{g} \cdot \mathrm{cm}^2}$

(d) Relação entre I_z, I_x e I_y

Como visto no item (c), o momento de inércia em relação ao eixo z é a soma dos momentos de inércia em relação aos eixos x e y:

$$I_z = I_x + I_y$$

Se $I_x = A$ e $I_y = B$, então:

$$I_z = A + B$$

Resposta (d): $I_z = \boxed{A + B}$.

TÓPICO 2: Rolamento, Torque e Momento Angular

Problema 6 (Problema 46, pág. 314, capítulo 11, Fundamentos de Física vol.1 - Resnick, 9.Ed.)
O momento de inércia de uma estrela que sofre uma contração enquanto gira em torno de si mesma cai para $\frac{1}{3}$ do valor inicial. Qual é a razão entre a nova energia cinética de rotação e a energia antiga?

Resolução P6: Sabemos que:

- O momento de inércia de uma estrela é reduzido para $\dfrac{1}{3}$ do seu valor inicial, ou seja, $I_f = \dfrac{1}{3} \cdot I_i$.
- O momento angular é conservado:

$$L = I \cdot \omega = constante$$

  ou seja, antes e depois da contração:

$$I_i \cdot \omega_i = I_f \cdot \omega_f$$

Substituímos $I_f = \dfrac{1}{3} \cdot I_i$, na equação da conservação do momento angular:

$$\cancel{I_i} \cdot \omega_i = \frac{1}{3} \cdot \cancel{I_i} \cdot \omega_f$$

Cancelando I_i:

$$\omega_f = 3 \cdot \omega_i$$

Ou seja, após a contração, a velocidade angular triplica.

A energia cinética de rotação é dada por:

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2$$

A razão entre a nova energia (K_f) e a antiga (K_i) é:

$$\frac{K_f}{K_i} = \frac{\frac{1}{2} \cdot I_f \cdot {\omega_f}^2}{\frac{1}{2} \cdot I_i \cdot {\omega_i}^2}$$

Substituímos $I_f = \dfrac{1}{3} \cdot I_i$ e $\omega_f = 3 \cdot \omega_i$:

$$\frac{K_f}{K_i} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot I_i\right) \cdot (3 \cdot \omega_i)^2}{\frac{1}{2} \cdot I_i \cdot {\omega_i}^2}$$

$$\frac{K_f}{K_i} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot I_i \cdot 9 \cdot {\omega_i}^2}{\frac{1}{2} \cdot I_i \cdot {\omega_i}^2}$$

$$\frac{K_f}{K_i} = \frac{\frac{9}{6} \cdot \cancel{I_i} \cdot \cancel{{\omega_i}^2}}{\frac{1}{2} \cdot \cancel{I_i} \cdot \cancel{{\omega_i}^2}}$$

Podemos cancelar os termos iguais e encontrar finalmente:

$$\frac{K_f}{K_i} = 3$$

Por fim, razão entre a nova energia cinética de rotação e a antiga é 3. Ou seja, a energia cinética de rotação triplica devido à contração da estrela.

Problema 7 (Problema 26, pág. 312 , capítulo 11, Fundamentos de Física vol.1 - Resnick, 9.Ed.)
No instante da Fig. 1, uma partícula P de $2,0\,\text{kg}$ possui um vetor posição $\vec{r}$ de módulo $3,0\,\text{m}$ e ângulo $\theta_1 = 45°$ e uma velocidade $\vec{v}$ de módulo $4,0\,\text{m/s}$ e ângulo $\theta_2 = 30°$. A força $\vec{F}$, de módulo $2,0\,\text{N}$ e ângulo $\theta_3 = 30°$, age sobre P. Os três vetores estão no plano xy. Quais são, com relação à origem: (a) o módulo e (b) a orientação do momento angular de P (c) o módulo e (d) a orientação do torque que age sobre P?

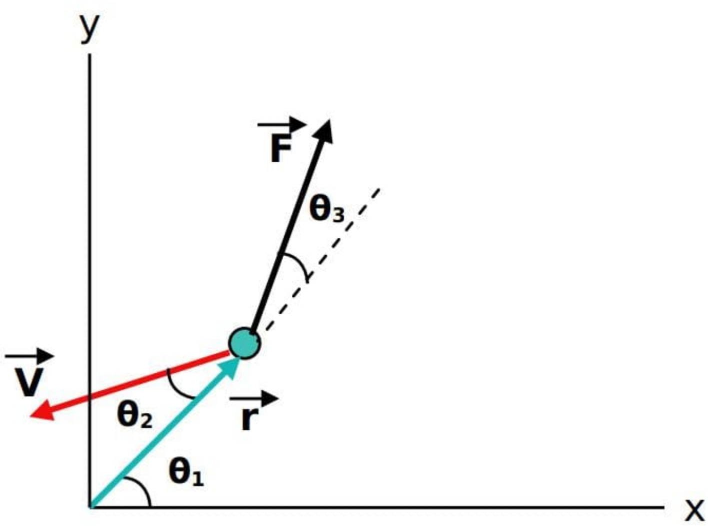


Figura 1: Autor

Resolução P7:

A figura mostra um sistema de coordenadas xy, onde uma partícula P de massa $m = 2,0$ kg tem um vetor posição $\vec{r}$, um vetor velocidade $\vec{v}$ e uma força $\vec{F}$ atuando sobre ela.

Os vetores possuem os seguintes ângulos em relação ao eixo x:

- $\vec{r}$ faz um ângulo $\theta_1 = 45°$.
- $\vec{v}$ faz um ângulo $\theta_2 = 30°$.
- $\vec{F}$ faz um ângulo $\theta_3 = 30°$.

Com base nesses valores, podemos calcular o momento angular $\vec{L}$ e o torque $\vec{\tau}$.

Fórmulas Utilizadas

O momento angular de uma partícula em relação à origem é dado por:

$$\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v} \tag{1}$$

O módulo do momento angular é:

$$L = rmv \sin\theta_L \tag{2}$$

onde θ_L é o ângulo entre $\vec{r}$ e $\vec{v}$.

O torque é definido como:

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \tag{3}$$

O módulo do torque é:

$$\tau = rF \sin\theta_\tau \tag{4}$$

onde θ_τ é o ângulo entre $\vec{r}$ e $\vec{F}$.

(a) Cálculo do módulo do momento angular

Os valores conhecidos são:

- $r = 3,0$ m
- $m = 2,0$ kg
- $v = 4,0$ m/s

O ângulo entre $\vec{r}$ e $\vec{v}$ é:

$$\theta_L = \theta_1 + (90° - \theta_2) = 45° + 60° = 105° \tag{5}$$

Substituindo na equação do momento angular:

$$L = (3,0)(2,0)(4,0)\sin 105° \tag{6}$$

Sabemos que:

$$\sin(105°) \approx 0,966 \tag{7}$$

$$L = (3,0)(2,0)(4,0)(0,966) \tag{8}$$

$$L \approx 12,0\,\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2/\mathrm{s} \tag{9}$$

(b) Direção do momento angular

Aplicando a regra da mão direita, o vetor $\vec{L}$ aponta para fora do plano, ou seja, na direção $+z$.

(c) Cálculo do módulo do torque

Os valores conhecidos são:

- $F = 2,0$ N

O ângulo entre $\vec{r}$ e $\vec{F}$ é:

$$\theta_\tau = \theta_3 - \theta_1 = 30° - 45° = -15° \tag{10}$$

Tomamos o valor absoluto:

$$|\sin(-15°)| = \sin(15°) \approx 0,2588 \tag{11}$$

Substituindo na equação do torque:

$$\tau = (3,0)(2,0)\sin 90° \tag{12}$$

$$\tau = (3,0)(2,0)(1) \tag{13}$$

$$\tau = 3,0\,\mathrm{N} \cdot \mathrm{m} \tag{14}$$

(d) Direção do torque

Usando a regra da mão direita, o vetor $\vec{\tau}$ aponta para fora do plano, na direção $+z$.

Problema 8 (Problema 19, pág. 311, capítulo 11, Fundamentos de Física vol.1 - Resnick, 9.Ed.)
Em termos dos vetores unitários, qual é o torque resultante em relação à origem a que está submetida uma pulga localizada nas coordenadas (0; $-4{,}0$ m; $5{,}0$ m) quando as forças $\vec{F}_1 = 3{,}0\,\mathrm{N}\,\hat{k}$ e $\vec{F}_2 = -2{,}0\,\mathrm{N}\,\hat{\jmath}$ agem sobre a pulga?

Resolução P8: Para resolver esse problema, vamos calcular o produto vetorial entre o vetor posição e o vetor força (Torque):

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

Dados do Problema:

A pulga está na posição $\vec{r} = (0\,\hat{\imath} - 4\,\hat{\jmath} + 5\,\hat{k})\,\mathrm{m}$.

As forças são: $\vec{F}_1 = (3{,}0\,\hat{k})\,\mathrm{N}$ e $\vec{F}_2 = (-2{,}0\,\hat{\jmath})\,\mathrm{N}$.

1 - Calculando o vetor posição em relação à origem ($\vec{r}$):

$$\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_0, \quad \text{onde } \vec{r}_1 = \text{posição da pulga e } \vec{r}_0 = \text{vetor na origem}$$

$$\vec{r} = (-4\,\hat{\jmath} + 5\,\hat{k})\,\mathrm{m} - (0\,\hat{\imath} + 0\,\hat{\jmath} + 0\,\hat{k})\,\mathrm{m}$$

$$\vec{r} = (-4\,\hat{\jmath} + 5\,\hat{k})\,\mathrm{m}$$

2 - Calculando o vetor força ($\vec{F}$):

O vetor força é igual a soma das duas forças que agem sobre a pulga:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$\vec{F} = (-2\,\hat{\jmath} + 3\,\hat{k})\,\mathrm{N}$$

3 - Calculando o torque utilizando determinante (Regra de Sarrus):

O torque é dado pelo produto vetorial entre o vetor posição e o vetor força:

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

Utilizando a regra de Sarrus:

$$\vec{\tau} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} & \hat{\imath} & \hat{\jmath} \\ 0 & -4 & 5 & 0 & -4 \\ 0 & -2 & 3 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

$$\vec{\tau} = \hat{\imath}((-4)(3) - (5)(-2)) - \hat{\jmath}((0)(3) - (5)(0)) + \hat{k}((0)(-2) - (-4)(0))$$

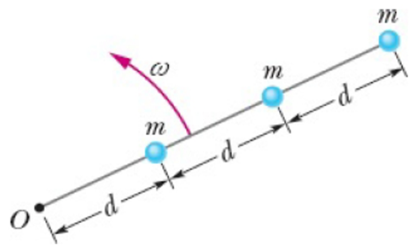
$$\vec{\tau} = \hat{\imath}(-12 + 10) - \hat{\jmath}(0) + \hat{k}(0)$$

$$\vec{\tau} = (-2\,\hat{\imath})\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}$$

Portanto, o torque resultante em relação à origem, em termos dos vetores unitários, a que está submetida a pulga é:

$$\boxed{\vec{\tau} = (-2)\,\hat{\imath}\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}}$$

Problema 9 (Problema 37, pág. 313, capítulo 11, Fundamentos de Física vol.1 - Resnick, 9.Ed.)
Na Figura, três partículas de massa $m = 23\,g$ estão presas a três barras de comprimento $d = 12\,cm$ e massa desprezível. O conjunto gira em torno do ponto O com velocidade angular $\omega = 0,85$ rad/s. Quais são, em relação ao ponto O, (a) o momento de inércia do conjunto, (b) o módulo do momento angular da partícula do meio e (c) o módulo do momento angular do conjunto?



Resolução P9: (a) Primeiro vamos começar calculando o mometo de inércia total do conjunto I_T. Por não se tratar de um corpo extenso, o momento de inércia total vai ser a soma dos momentos de inércia produzido por cada uma das partículas:

$$\sum mr^2$$

Nesse caso temos apenas 3 massas iguais de massa $m = 0,023\,kg$ cada. A distância de cada uma até o ponto O se alterna de d até $3d$. A partir desses valores, podemos encontrar o momento de inércia total do conjunto I_T através da seguinte expressão:

$$I_T = I_1 + I_2 + I_3$$

Assim:

$$I = md^2 + m(2d)^2 + m(3d)^2$$
$$I_T = md^2 + 4md^2 + 9md^2$$
$$I_T = 14md^2$$

Substituindo os dados fornecidos pelo o enunciado, obtemos:

$$I_T = 14 \cdot (0,023\,kg) \cdot (0,12\,m)^2$$
$$\boxed{I_T = 4,6 \cdot 10^{-3}\,kg \cdot m^2}$$

(b) Para calcular o módulo do momento angular da partícula do meio L_2 vamos utilizar a seguinte fórmula:

$$L_2 = I_2 \cdot \omega$$

Como já caculamos $I_2 = 4md^2$ no passo anterior e a velocidade angular é dada como sendo $\omega = 0,85\,rad/s$, temos que o momento angular será dado por:

$$L_2 = 4 \cdot (0,023\,kg) \cdot (0,12\,m)^2 \cdot (0,85\,rad/s)$$

$$\boxed{L_2 = 1,1 \cdot 10^{-3}\,\frac{kg \cdot m^2}{s}}$$

(c) O momento angular total do conjunto L_T será:

$$L_T = I_T \cdot \omega$$
$$L_T = (4,6 \cdot 10^{-3}\,kg \cdot m^2) \cdot (0,85\,rad/s)$$

$$\boxed{3,9 \cdot 10^{-3}\,\frac{kg \cdot m^2}{s}}$$

Problema 10 (Problema 14, pág. 318, capítulo 11, Fundamentos de Física vol.1 - Resnick, 8.Ed.)
Q1 E - Raul, questão número 14, pág. 318, seção 11, do livro Fundamentos de Física Halliday e Resnick Vol.1, 8 Ed.

3. Um aro de 140 *kg* rola em um piso horizontal de tal forma para que o centro de massa tem uma velocidade de 0,150 *m/s*. Qual é o trabalho necessário para fazê-lo parar?

Resolução P10: Para determinar o trabalho necessário para parar o aro, seguimos os seguintes passos:

Dados do problema:

- Massa do aro: $m = 140\,\text{kg}$
- Velocidade do centro de massa: $v = 0,150\,\text{m/s}$

Energia cinética do aro: O aro possui energia cinética de translação e rotação. A energia cinética total K é dada por:

$$K = K_{\text{trans}} + K_{\text{rot}}$$

Para um aro que rola sem deslizar, a relação entre a velocidade angular ω e a velocidade linear v é:

$$v = R\omega \quad \Rightarrow \quad \omega = \frac{v}{R}$$

O momento de inércia I de um aro em relação ao seu centro de massa é:

$$I = mR^2$$

Assim, a energia cinética de rotação é:

$$K_{\text{rot}} = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}(mR^2)\left(\frac{v}{R}\right)^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

A energia cinética de translação é:

$$K_{\text{trans}} = \frac{1}{2}mv^2$$

Portanto, a energia cinética total será:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mv^2 = mv^2$$

Substituindo os valores:

$$K = 140\,\text{kg} \times (0,150\,\text{m/s})^2 = 140 \times 0,0225\,\text{J} = 3,15\,\text{J}$$

Trabalho necessário para parar o aro: Pelo teorema trabalho-energia, o trabalho W necessário para parar o aro é igual à variação da energia cinética:

$$W = \Delta K = K_{\text{final}} - K_{\text{inicial}} = 0 - 3,15\,\text{J} = -3,15\,\text{J}$$

O sinal negativo indica que o trabalho é realizado contra o movimento do aro.

Resposta final: O trabalho necessário para parar o aro é:

$$\boxed{3,15\,\text{J}}$$